

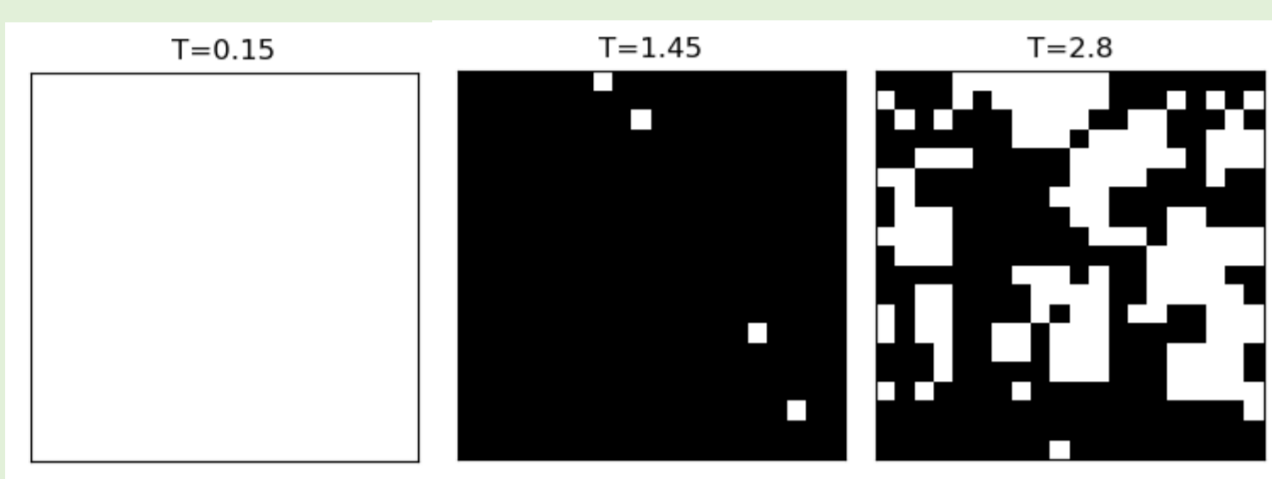
簡介

- 非監督式學習的自動編碼器結構學習自旋晶格系統
- 預訓練通用模型來降維分析不同晶格系統
- 通過自旋組態的切割與預訓練模型，能夠使用同一預訓練模型，推廣分析不同 q-state clock model 與不同維度之自旋晶格系統

研究方法

自旋晶格(Square lattice)系統與資料模擬

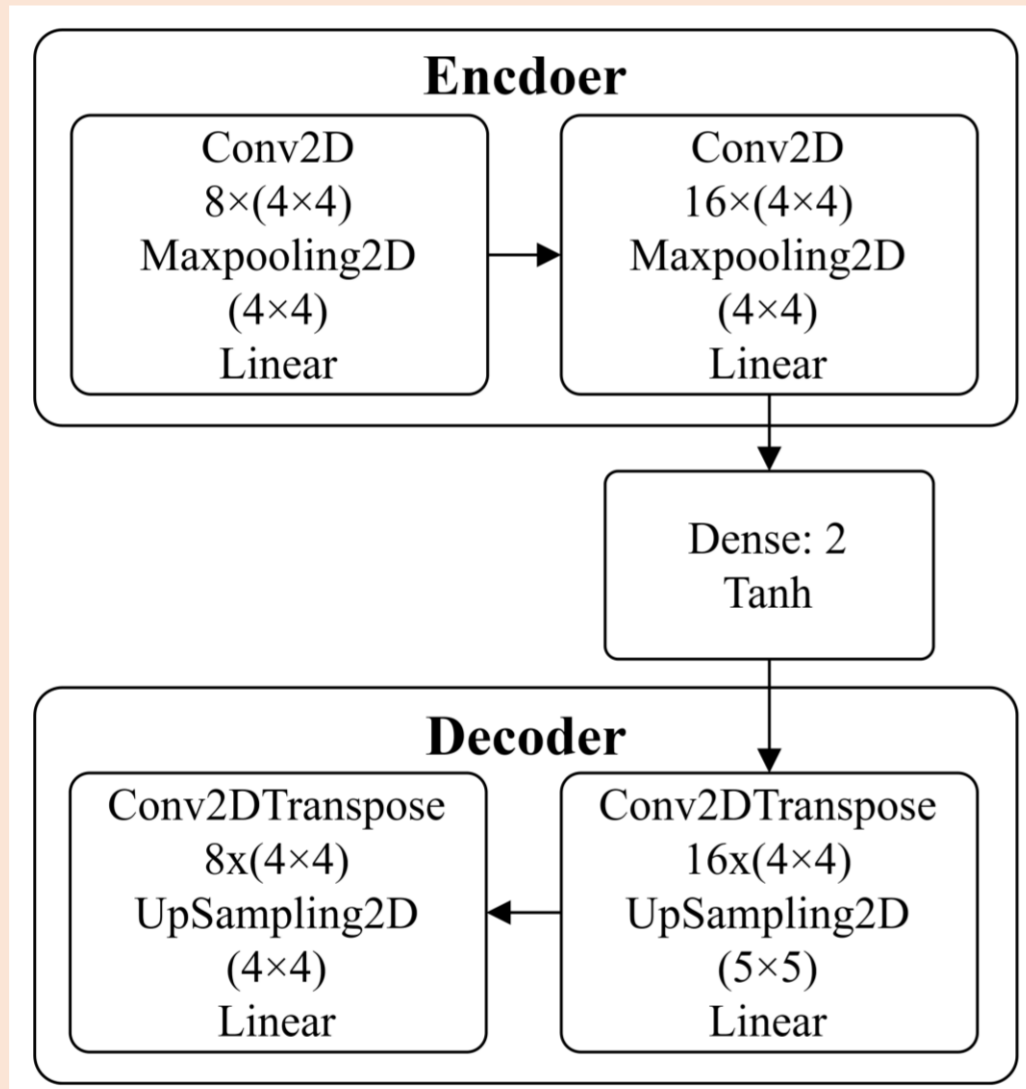
- q-state clock model $H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j)$
- $\theta_i = \frac{2\pi k}{q}$ with $k = 1, 2, \dots, q - 1$
- Monte Carlo Wolff algorithm



圖一、L=20 two-state clock model (白色：spin down、黑色：spin up)

自動編碼器

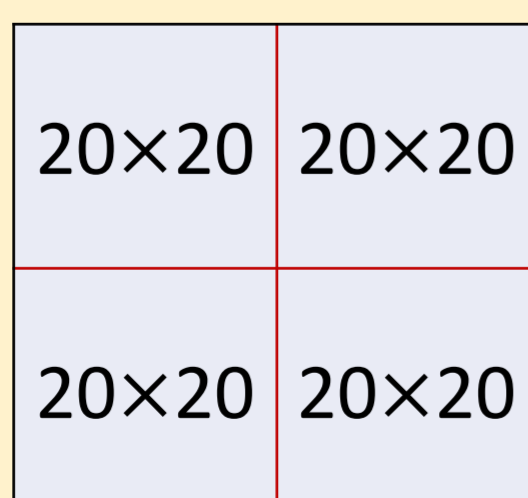
- Python 套件: Tensorflow, numpy, matplotlib...
- 使用 L=20 two-state clock model 進行預訓練



圖二、自動編碼器架構設計

分析晶格系統的資料處理

- 使用預訓練的 Encoder 模型進行降維
- $q > 2$ ：將自旋晶格中的方向數字標準化到 0~1 之間
- $L > 20$ ：將自旋組態切割成 $(\frac{L}{20})^2$ 個自旋組態降維
- 例如：L=40 可以切割成 4 個 L=20 的自旋組態

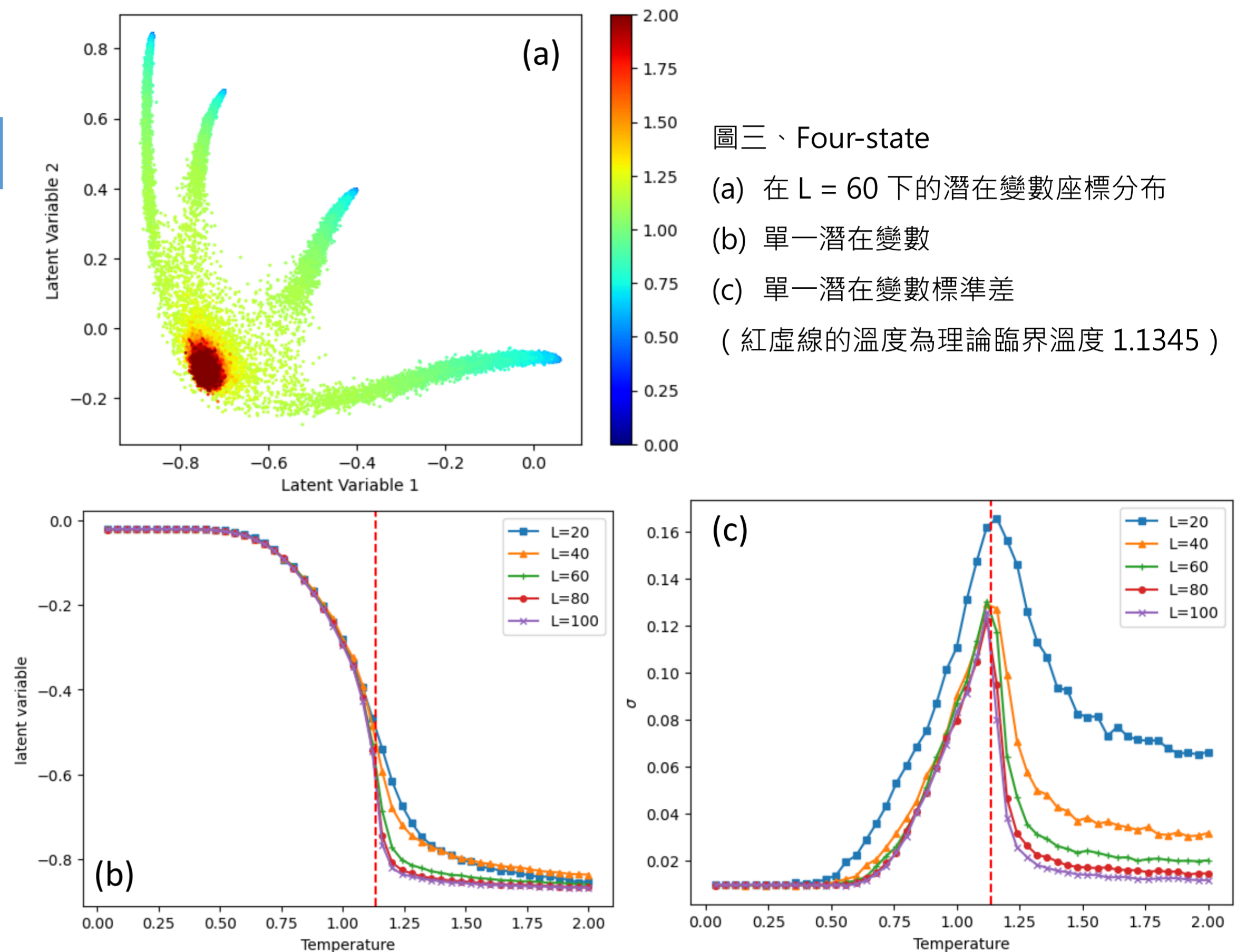


參考文獻

- [1] S. Acevedo, M. Arlego, and C. A. Lamas, Phys. Rev. B 103, 134422 (2021)
- [2] Constantia Alexandrou, Andreas Athenodorou, Charalambos Chrysostomou1, and Srijit Paul, Eur. Phys. J. B 93: 226 (2020)
- [3] Guanrong Li, Kwok Ho Pai, and Zheng-Cheng Gu, Phys. Rev. Research 4, 023159 (2022)

Four-state clock model 結果

- Four-state 有兩種狀態：有序態和無序態
- 使用此方法找到臨界溫度約為 $T_C \approx 1.12$

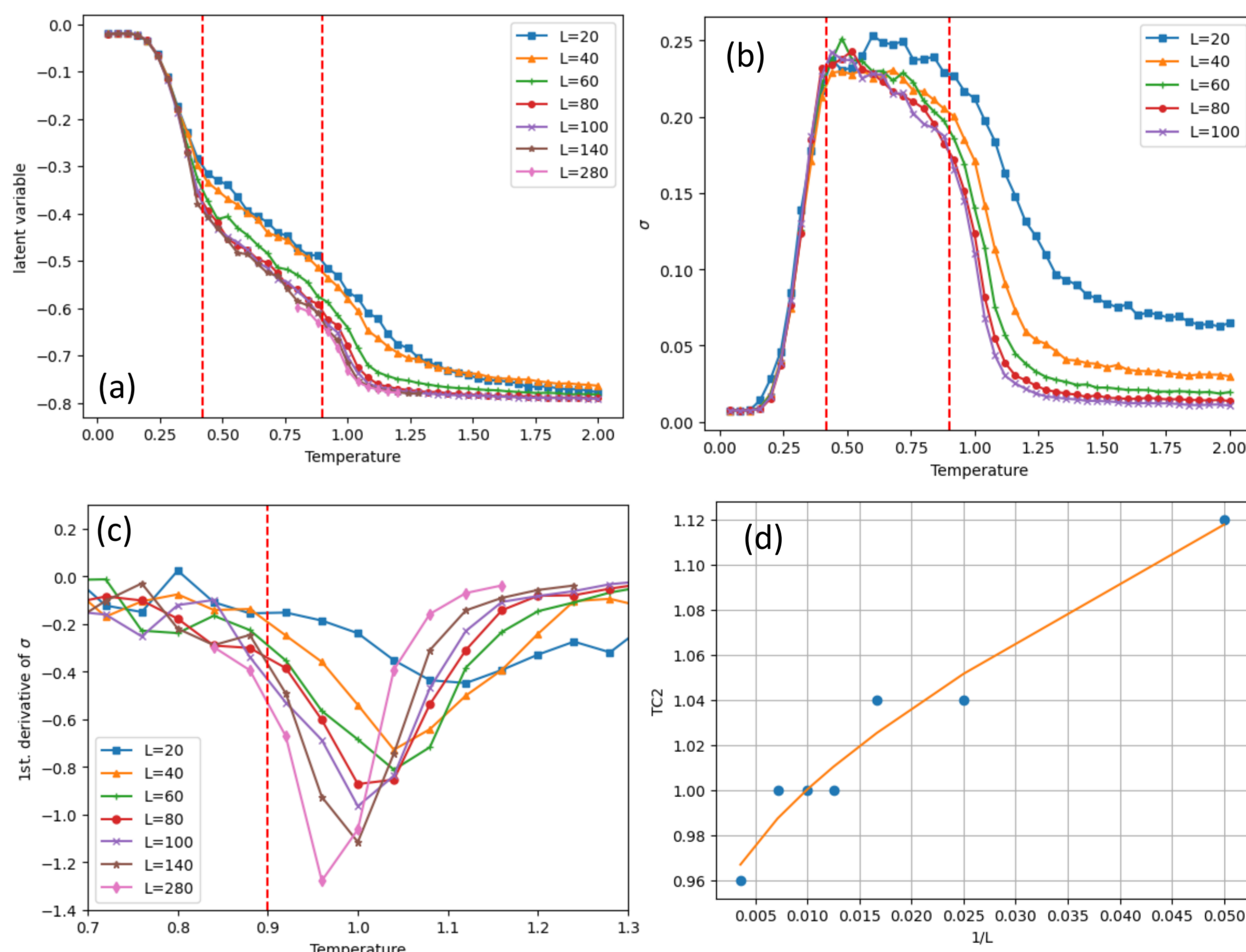


圖三、Four-state

- (a) 在 $L = 60$ 下的潛在變數座標分布
 (b) 單一潛在變數
 (c) 單一潛在變數標準差
 (紅虛線的溫度為理論臨界溫度 1.1345)

Eight-state clock model 結果

- Eight-state 有三種狀態：有序態、拓樸態、無序態。



圖四、Eight-state (紅虛線為[3]的數值解 $T_{C1} \approx 0.423$ 、 $T_{C2} \approx 0.899$)

- (a) 單一潛在變數 (b) 單一潛在變數標準差 ($T_{C1} \approx 0.40$) (c) 標準差之一階導數
 (d) 擬合熱力學極限 $T_{BKT}(L) = T_{BKT} + a \frac{T_{BKT}}{(\log(L)+c)^2}$ ， $T_{BKT} \approx 0.8876$

結論

- 非監督式學習可以找到自旋晶格系統的特徵
- 透過預訓練模型，能用來分析不同 state clock model 的自旋組態晶格相變狀態，大幅減少資料處理時間
- 切割自旋組態進行降維，使方法不受晶格大小、q-state 與維度限制